



Инвестиционная компания АВК, С.-Петербург

<http://www.avk.ru>, E-mail: research@mail.avk.ru, Тел. (812)-32-82066, Fax: (812)-237-0650

Кривая доходности на рынке облигаций С.-Петербурга – построение и применение

Окулов В.Л., Корнеев Д.В.

Содержание

Временная структура процентных ставок	2
Кривая доходности к погашению и кривая спот-ставок.....	3
Методы построения кривой спот-ставок.....	5
Наведенные кривые спот-ставок.....	5
Интерполяция заданной функциональной формой.....	5
Интерполяция сплайнами	6
Построение кривой доходности по неявным форвардным ставкам	7
Примеры построения кривой спот-ставок на российском рынке.....	8
Построение кривой спот-ставок на рынке облигаций С.-Петербурга	9
Применение кривой доходности на рынке облигаций С.-Петербурга.....	13
Прогнозирование цены новых выпусков облигаций	13
Поиск арбитражных возможностей	15
Вычисление форвардных ставок.....	16
Заключение	17
Литература.....	18

Кривая спот-ставок по государственным ценным бумагам, более известная как кривая доходности (*yield curve*), в развитых странах рассматривается как главный индикатор состояния финансового рынка, один из важнейших макроэкономических параметров и эталон для оценки ценных бумаг в других секторах рынка инструментов фиксированной доходности. В настоящей работе кратко излагаются известные методы построения кривой спот-ставок, предлагается метод расчета кривой доходности на российском рынке и анализируется возможность ее применения на примере рынка облигаций С.-Петербурга.

Временная структура процентных ставок

Исследование соотношений между ценой кредитных ресурсов на различные сроки (анализ временной структуры процента) является одной из центральных тем как в современной теории финансов, так и в практической работе любого участника финансового рынка. Особое место в этой тематике занимает анализ временной структуры процентных ставок (кривой доходности) по государственным ценным бумагам, которые обычно рассматриваются как инструменты с минимальным кредитным риском. С одной стороны, кривая доходности является важнейшим модельным инструментом макроэкономического анализа, – прикладная сторона для выработки макроэкономической политики США рассмотрена в работе [1]. Существует множество гипотез, связывающих вид временной структуры процентных ставок и их динамику с изменением ситуации в экономике (большое количество ссылок приведено в работе [2]). В частности, предполагается, что существует взаимосвязь:

- между краткосрочными и долгосрочными процентными ставками (гипотеза ожиданий – *expectations hypothesis*),
- между долгосрочными процентными ставками и ожидаемыми темпами инфляции (гипотеза Фишера),
- между фискальной и денежно-кредитной политикой государства и динамикой процентных ставок (условие "эквивалентности Рикардо" – *Ricardo equivalence*),
- между временной структурой процента и ожиданиями в изменении экономической активности, валютного курса, шоков денежно-кредитной политики, бюджетного дефицита, изменений в законодательстве, ситуации на фондовом рынке, политических процессов, информационных потоков и т.п.

С другой стороны, кривая доходности является наиболее информативным индикатором состояния финансового рынка [3]. На основании кривой доходности можно:

- прогнозировать цены новых инструментов, размещаемых на аукционах,

- проводить поиск арбитражных возможностей на рынке,
- прогнозировать будущие процентные ставки,
- строить систему количественного кредитного рейтинга инструментов в смежных секторах рынка (муниципальных и корпоративных облигаций) [4].

Наконец, кривая доходности является эффективным инструментом риск-менеджмента, позволяя осуществлять более точную оценку рискованности портфеля облигаций по сравнению с традиционными методами, основанными на анализе дюрации и выпуклости конкретных инструментов [5, 6]. Эконометрическая техника для анализа временной структуры процента приведена в монографии [7].

К сожалению, в России пока не много работ, посвященных анализу временной структуры процентных ставок на российском рынке. Большинство из них носит вербально-описательный характер (например, обзоры REСЕР, обзоры ЦБ РФ, аналитические материалы информационных агентств и крупных финансовых компаний). Отметим отдельно некоторые работы по эмпирическому анализу рынка ГКО-ОФЗ, выполненные на высоком уровне: исследования Института экономики переходного периода [8-10]; где рассматриваются различные модели рынка ГКО; исследования А.Ивантера и А.Пересецкого [11], посвященные взаимодействию различных сегментов российского финансового рынка; а также работу [12], в которой анализируется поведение инвесторов на основании формы кривой доходности на рынке ГКО. Эмпирических исследований других сегментов российского рынка – субфедеральных или корпоративных облигаций пока не существует.

Кривая доходности к погашению и кривая спот-ставок

В один и тот же момент на рынке государственных облигаций обращаются множество выпусков дисконтных и купонных облигаций, отличающихся размерами и датами купонных выплат и сроками до погашения. Не составляет труда вычислить доходность к погашению Y каждого выпуска. В общем случае для купонной облигации номиналом P_0 , сроком до погашения $T(n)$ и купонами C_i ($i=1, \dots, n$), выплачиваемыми через время $T(i)$, доходность к погашению Y определяется из уравнения [13]:

$$P = \frac{P_0}{(1+Y)^{T(n)}} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{(1+Y)^{T(i)}}, \quad (1)$$

где P – рыночная "грязная" цена облигации (котировочная цена плюс накопленный купонный доход), а суммирование проводится по всем купонным выплатам этой облигации.¹

¹ Отметим, что существуют разные методики определения доходности к погашению и, соответственно, разные формулы для ее вычисления.

Доходность к погашению рассчитывается в России всеми организаторами торгов, многими информационными агентствами и аналитическими отделами крупных финансовых компаний. График значений $Y=Y(T)$ называется *кривой доходности к погашению (yield curve to maturity)*. Вид этой кривой имеет определенное значение для стратегического инвестора, который вкладывает деньги на длительный и заранее известный срок – до даты погашения. Действительно, величина доходности к погашению конкретного выпуска купонных облигаций дает *ориентировочное* значение доходности (без учета реинвестирования купонов), которую получит инвестор, дождавшись погашения этого выпуска. Однако кривая доходности к погашению не дает возможность корректно сравнивать облигации с разными параметрами (купонами, сроками), оценивать стоимость новых выпусков, прогнозировать параметры инвестиционного портфеля.

Более весомую роль для анализа ситуации на рынке играет кривая доходности к погашению, построенная только на основе дисконтных облигаций. Эта кривая называется *кривой спот-ставок* или *кривой доходности (yield curve)* [13]. Вычисление спот-ставок на основе цен сделок P с дисконтными облигациями не составляет труда, так как спот-ставка $R(T)$ на срок T совпадает с доходностью к погашению Y дисконтной облигации, погашаемой через время T :

$$R(T) \equiv Y: \quad P = \frac{P_0}{(1+Y)^T}, \quad (2)$$

Однако даже на развитых рынках мало дисконтных облигаций со сроками погашения больше года, а на российском рынке их нет вовсе. Выход заключается в том, чтобы на основе реальных купонных облигаций синтезировать набор искусственных дисконтных облигаций с длинными сроками до погашения. Кроме того, для удобства сравнения состояний рынка в различные моменты времени желательно, чтобы цены этих искусственных инструментов не испытывали восходящего тренда, обусловленного приближением даты погашения. Поэтому общеупотребительной стала концепция виртуальных облигаций.

Виртуальная облигация – это гипотетическая вечная дисконтная облигация с постоянным, не меняющимся с течением времени, сроком до погашения. В любой день срок до "погашения" таких облигаций остается неизменным, в отличие от реальных облигаций. Доходность каждой виртуальной облигации определяется на основе рыночных цен многих реальных облигаций, поэтому она менее подвержена случайным колебаниям, обусловленным относительно низкой ликвидностью инструментов на неразвитом российском рынке. Можно утверждать, что доходность виртуальных облигаций отражает состояние рынка в целом, позволяет проводить межвременные сравнения процентных ставок и дает возможность определять цены облигаций с любыми параметрами. Эта концепция используется и в данной работе. Но прежде чем приступить к описанию методики, рассмотрим кратко основные методы построения кривой доходности (кривой спот-ставок), предложенные для развитых рынков. Отметим, что в России кривая спот-ставок пока не рассчитывается. Участники рынка на практике используют доходности к погашению, исследователи

обычно в качестве обобщенного показателя, характеризующего состояние рынка, пользуются индексами или усредненными доходностями к погашению.

Методы построения кривой спот-ставок

Наведенные кривые спот-ставок

Наиболее интуитивно понятный метод построения кривой доходности – метод наведенных спот-ставок [14]. Поясним этот метод на простом примере: пусть на рынке обращаются две облигации – дисконтная, сроком до погашения 1 год, и купонная с ежегодной выплатой купонов и сроком до погашения 2 года. Тогда спот-ставки $R(1)$ и $R(2)$ (на 1 и 2 года, соответственно) можно найти, зная рыночные цены облигаций P_1 и P_2 , номиналы облигаций P_0 и купонные выплаты C_1 и C_2 :

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{P_0}{1+R(1)} \\ P_2 &= \frac{C_1}{1+R(1)} + \frac{P_0 + C_2}{(1+R(2))^2} \end{aligned} \quad (3)$$

К сожалению, применение данного метода не всегда возможно из-за отсутствия подходящих по срокам инструментов. Кроме того, последовательная процедура расчета накапливает большие ошибки.

Интерполяция заданной функциональной формой

В этом методе предполагается, что кривая спот-ставок на всем временном горизонте R_t может быть представлена, например, в виде полинома третьей степени от времени:

$$R(t) = b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + b_3 \cdot t^3, \quad (4)$$

Пусть на рынке обращаются N облигаций. Для справедливой цены j -облигации, обеспечивающей денежные выплаты C_i в моменты времени t_i , можно записать:

$$P_j^* = \sum_i \frac{C_i}{(1+b_0+b_1 \cdot t_i+b_2 \cdot t_i^2+b_3 \cdot t_i^3)^{t_i}}, \quad (5)$$

Неизвестные коэффициенты b_0, b_1, b_2, b_3 можно найти, минимизируя отклонения расчетных (справедливых) цен P_j^* от рыночных P_j :

$$(b_0, b_1, b_2, b_3) : \sum_{j=1}^N (P_j^* - P_j)^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

Подобный подход был применен для построения кривой доходности при анализе поведения инвесторов на рынке ГКО в 1996-98гг. [12]. Существенным недостатком аппроксимации полиномами

третьей степени является возможность сильного отклонения от исходных данных при больших значениях сроков к погашению.

Интерполяция сплайнами

Первым этот метод применил McCulloch [15]. Идея заключалась в том, чтобы аппроксимировать функцию дисконтирования для американских казначейских облигаций непрерывной "наиболее гладкой" кривой. В этом случае кривая доходности не будет иметь разрывов первого и второго рода. Математически наиболее просто оценивать не кривую доходности (спот-ставки), а величину $D(t)=(1+R(t))^{-t}$, получившую название функции дисконтирования.

Рассмотрим основную идею оценки функции дисконтирования. Обычно при оценке исходят из непрерывного начисления процентов, затем нетрудно перейти к эффективной годовой процентной ставке. Цена купонной облигации может быть представлена в виде:

$$P_j = C_j \cdot \sum_k D(k) + P_0 \cdot D(n) \quad (7)$$

Функцию дисконтирования в общем виде можно представить в виде:

$$D(m) = 1 + \sum_{s=1}^k g_s \cdot F_s(m) \quad (8)$$

где $F_s(m)$ – s -ая базисная функция, а g_s – неизвестные коэффициенты, которые требуется оценить.

Подставляя (7) в (8), получим систему регрессионных уравнений вида:

$$y_i = \sum_{j=1}^k g_j \cdot x_{i,j} \quad (9)$$

откуда и находятся оценки неизвестных коэффициентов g_s^* .

Основная проблема заключается в выборе вида базисной функции F_s . В первой своей работе McCulloch применил кусочную аппроксимацию квадратичными функциями. Затем он же применил полиномы третьей степени, "сшитые" в узловых точках приравниваем первых и вторых производных, – кубические сплайны. Этот метод стал классическим, поскольку дает наиболее гладкую кривую доходности [3], хотя и приводит к появлению необъяснимой колеблемости выпуклости этой кривой. Большое количество перегибов на кривой доходности не имеет логического обоснования с точки зрения поведения инвесторов, кроме того, особые условия на краях временного горизонта зачастую приводят к отрицательным форвардным ставкам, что не имеет экономического смысла.

В дальнейшем техника построения кривой доходности непрерывно совершенствовалась. Для наибольшей гладкости форвардных ставок некоторыми исследователями при аппроксимации дисконтной функции применялись сплайны четвертой степени, для неотрицательности форвардных ставок – полиномы Бернштейна и так называемые В-сплайны (краткий обзор современных методов оценки кривой доходности приведен в книге [14]). Одни методы были использованы для целей

макрэкономического анализа. Например, чтобы соответствовать некоторым стохастическим моделям временной структуры процентных ставок дисконтная функция аппроксимировалась так называемыми экспоненциальными сплайнами. Другие были разработаны для практического анализа, в частности, для поиска арбитражных возможностей на рынке.

Построение кривой доходности по неявным форвардным ставкам

В отличие от методов, использующих различного рода функции для интерполяции кривой доходности по имеющимся значениям доходностей к погашению облигаций, может быть использован метод построения, основанный на так называемых виртуальных облигациях.

Необходимость построения виртуальных облигаций возникает по ряду причин. Во-первых, цены облигаций растут с приближением срока погашения, то есть имеет место восходящий тренд, затрудняющий сравнение бумаг. Во-вторых, практически невозможно отследить движения цен на десятки различных бумаг, обращающихся на рынке. В-третьих, цена отдельно взятой бумаги в коротком периоде может двигаться в противоположную сторону относительно рынка. И, наконец, общую картину могут нарушать «левые» сделки – имеющие очень маленький объем и заключаемые по аномальной цене.

В работе [16] была предложена методика, в значительной степени отличающаяся от классических методов, описанных выше. В качестве оцениваемых величин использовались не спот-ставки и не дисконтная функция, а неявные форвардные ставки, выраженные в непрерывных процентах. Во-первых, это более удобно математически, во-вторых, достоинством данной методики можно назвать то, что все форвардные ставки автоматически оказываются положительными.

Приведем краткое описание данной методики. Справедливая цена облигации P может быть представлена в виде [7]:

$$P = \sum_t D(t) \cdot C_t + P_0 \cdot D(T), \quad (10)$$

где $D(t) = \exp[d(t)]$ – дисконтирующая функция - сегодняшняя стоимость единичной выплаты через время t , а $d(t)$ – дисконтирующий фактор.

Дисконтирующий фактор можно представить как интеграл от функции непрерывной форвардной ставки $f(u)$:

$$d(t) = -\int_0^t f(u) du, \quad (11)$$

В [16] авторы использовали приближение функции форвардной ставки кусочно-постоянной функцией:

$$f(t) = f_j = \text{const}, \quad \text{при } t_{j-1} < t < t_j, \quad (12)$$

С учетом этого приближения дисконтирующая функция может быть вычислена следующим образом (например, для временного промежутка $t \in (t_2, t_3)$):

$$V(t) = \exp\{-[f_1 \cdot t_1 + f_2 \cdot (t_2 - t_1) + f_3 \cdot (t - t_2)]\}, \quad (13)$$

На основе (10-13) можно рассчитать цены облигаций, обращающихся на рынке и оценить неизвестные форвардные ставки, минимизируя разницу между рассчитанной ценой и реальной рыночной ценой, например, аналогично формуле (6). Затем можно перейти от дисконтной функции к спот-ставкам, – с учетом возможности полугодового реинвестирования купонных платежей:

$$R(t) = 2 \cdot 100 \cdot [\exp(365 \cdot f(t)/2) - 1], \quad (14)$$

Примеры построения кривой спот-ставок на российском рынке

В настоящий момент известно лишь несколько отдаленных аналогов кривой доходности, рассчитываемой для российского рынка. Одним из них является система индексов, разработанная для рынка облигаций С.-Петербурга в Инвестиционной компании "АВК". Методика была разработана в то время, когда на рынке обращались главным образом краткосрочные дисконтные облигации, купонные облигации практически отсутствовали.

По данной методике производится расчет четырех индексов, являющихся усредненными значениями доходностей облигаций, имеющих близкие сроки до погашения находящиеся в определенных диапазонах. Рассчитываются три индекса для дисконтных облигаций (на 90, 180 и 360 дней), по этим индексам легко рассчитать спот-ставки. Так, например, для индекса на 90 дней используется следующая формула:

$$I_{90} = \prod_i (P_{i,90})^{w_i}, \quad \text{где} \quad w_i = \frac{n_i \cdot P_i}{\sum_i n_i \cdot P_i} \quad (15)$$

а приведенная цена $P_{i,90}$ рассчитывается для каждой облигации со сроком до погашения менее 100 дней по формуле:

$$\left(\frac{100}{P}\right)^{365/t} = \left(\frac{100}{P_{90}}\right)^{365/90}, \quad (15)$$

где P – цена облигации в день расчета индекса, t – количество дней до погашения данного выпуска. Т.о., I_{90} есть средневзвешенная цена виртуальной облигации со сроком до погашения 90 дней.

В работах [12, 17] при анализе рынка ГКО применялись метод построения кривой доходности аппроксимацией спот-ставок заданной функциональной зависимостью (полиномом третьей степени) и классический метод интерполяции кубическими сплайнами. В расчете участвовали только дисконтные облигации.

Использование полного набора облигаций, обращающихся на рынке, насколько известно, при проведении эмпирических исследований российского рынка не применялось.

Построение кривой спот-ставок на рынке облигаций С.-Петербурга

В предлагаемой нами методике в качестве базовых величин используется набор спот-ставок, соответствующих доходности виртуальных дисконтных облигаций со сроками до погашения 1, 3, 6 месяцев и 1, 2, 3, 4 года ($R_{30}, R_{90}, R_{180}, \dots, R_{1440}$). Выбор этих сроков в значительной степени произволен, однако в ближней области кривая доходности, как правило, более изменчива, что приводит к необходимости использования большего числа базовых точек в этой части кривой (этот подход используется практически во всех методиках). Изначально значения спот-ставок R_{30}, \dots, R_{1440} выбираются достаточно произвольным образом, например, как доходности к погашению близких по срокам облигаций.

Знание спот-ставок позволяет рассчитывать "справедливые" цены облигаций как текущие значения (*present value*) потоков платежей, дисконтированных с использованием спот-ставок на соответствующие сроки. При этом, как правило, необходимо знание не только значений спот-ставок в реперных точках (виртуальных облигаций), но и спот-ставок на любые сроки. Вычисление этих значений может осуществляться по-разному, для простоты мы использовали метод линейной интерполяции кривой доходности между узловыми точками. Так, например, спот-ставка на кривой доходности, соответствующая 48 дням, рассчитывается по следующей формуле:

$$R_{48} = R_{30} + (48 - 30) \frac{(R_{90} - R_{30})}{(90 - 30)}, \quad (16)$$

Таким образом, через исходные семь неизвестных может быть вычислена спот-ставка на любой срок, что позволяет определить справедливую цену ($P_{\text{расч}}$) облигации с любыми параметрами. Эта цена будет функцией семи неизвестных спот-ставок, соответствующих исходным виртуальным облигациям.

Если известна расчетная цена облигации, то может быть определена разница dP между реальной ценой, сформировавшейся в результате рыночных торгов, и расчетной ценой: $dP = P - P_{\text{расч}}$. Минимизируя эту разницу по всем облигациям, можно найти семь неизвестных спот-ставок:

$$\sum_{\text{по всем облигациям}} dP^2 \rightarrow \min, \quad (17)$$

Для этого необходимо, чтобы на рынке торговались не менее 7 различных облигаций, со сроками до погашения, более-менее равномерно распределенными в интервале от 1 месяца до 4 лет. В настоящее время единственным сегментом рынка государственных облигаций (если не считать

рынок ГКО-ОФЗ), где обращается значительное число ценных бумаг и где оправдано применение кривой доходности, является рынок государственных именных облигаций (ГИО) Санкт-Петербурга.

Представляется целесообразным привести здесь общие характеристики этого сегмента рынка. История рынка ГИО началась 23 марта 1995г. В отличие от большинства регионов, вынужденных осенью 1998г. отказаться от платежей или предложить владельцам облигаций их погашение в неденежной форме, С.-Петербург смог в полном объеме рассчитываться по всем своим обязательствам. В результате, вторичный рынок ГИО продолжал успешно функционировать и после кризиса и является сейчас наиболее развитым рынком российских субфедеральных облигаций. В настоящий момент на этом рынке обращается 42 выпуска облигаций (5 дисконтных со сроком погашения до 1 года и 37 купонных со сроком погашения до 4 лет). Номинал облигаций 100 руб. Объем рынка по глобальным сертификатам составляет 10,9 млрд. руб. Среднедневной объем сделок превышает 50 млн. руб., среднее количество сделок – более 200 в день.

Конкретный алгоритм расчета спот-ставок был разработан именно для этого рынка [18, 19]. Мы отказались от техники сплайнов, так как на неразвитом российском рынке с большими спредами котировок, наличием "договорных" сделок такая методика приведет к причудливо изогнутой кривой доходности с большим числом перегибов [17]. То, что наилучшим образом соответствует данным статистически, может оказаться неудачным с экономической точки зрения. Особенно если учесть, что квадратичная норма типа (17) хорошо работает только в случае нормальных распределений доходностей, что вряд ли выполняется на российском рынке.

Для поиска доходностей к погашению семи виртуальных облигаций (спот-ставок) нами используются данные о дисконтных облигациях (выпуски RU21xxxGSP) и облигациях с фиксированным купоном (выпуски RU25xxxGSP) – всего около 25 облигаций. Нами принят алгоритм расчета доходностей виртуальных облигаций в два этапа. На первом этапе находятся доходности виртуальных облигаций со сроками до погашения 30, 90, 180 и 360 дней. Для расчета используются только дисконтные облигации с нулевым купоном. На втором этапе рассчитываются доходности трех оставшихся виртуальных облигаций (720, 1080, 1440 дней до погашения). При этом для расчетов используются все торгующиеся на рынке купонные облигации. Доходности виртуальных облигаций со сроками погашения 30, 90, 180 и 360 дней на втором этапе считаются фиксированными.

Использование двухступенчатой процедуры связано с тем, что дисконтные облигации с короткими сроками обращения как правило более ликвидны и более точно оценены рынком. Это приводит к тому что «короткие» спот-ставки могут быть оценены более точно и для этого не требуется знание длинных спот-ставок.

Для расчетов использовались ежедневные данные о средневзвешенных ценах по результатам торговой сессии на Санкт-Петербургской Валютной Бирже (СПВБ).

Первоначальные расчеты кривой спот-ставок показали, что значения доходностей виртуальных облигаций достаточно стабильны. Резких, экономически неоправданных колебаний доходностей не происходит. Исключение составляет лишь точка, соответствующая 30-дневной виртуальной облигации. Такая ситуация связана с тем, что доходность этой облигации определяется малым количеством реальных облигаций срок до погашения которых находится в интервале 0-90 дней. Обычно в этот диапазон попадает не более 2-3 облигаций, что приводит к значительному влиянию цены каждой облигации на общий результат. Ситуацию усугубляет то, что доходности облигаций с короткими сроками до погашения имеют сильную волатильность. Главным образом это относится к облигациям со сроками меньше 10-15 дней. Поэтому для исключения выбросов в ближней части кривой спот-ставок представляется разумным не использовать для расчетов сверхкороткие облигации (в наших расчетах облигации со сроком до погашения менее 10 дней не учитывались).

Другим важным моментом, от выбора которого зависит положение первой точки (доходности 30-дневной облигации), является выбор доходности соответствующей облигации с практически нулевым сроком до погашения (в пределе стремящемся к нулю). Здесь возможны следующие варианты:

- Положить эту доходность равной нулю. Такой выбор можно оправдать тем, что заимствования на нулевой срок должны осуществляться с нулевой ставкой. Проблема возникает в связи с тем, что ставка однодневных заимствований уже значительно сильно отличается от нуля, в результате реальная кривая доходности в ближней области достаточно сильно выпукла вверх. Использование для аппроксимации кривой доходности кусочно-линейной функции приводит к значительному завышению 30-дневной точки.
- Решением данной проблемы мог бы быть выбор доходности в нулевой точке равным какой-либо из ставок межбанковского кредита, например MIBOR на один день. Однако этот вариант неприемлем в силу большой волатильности межбанковских ставок, никак не связанной с фундаментальными характеристиками рынка облигаций.
- Третьим вариантом, на котором мы и остановились, является выбор-спот ставки в нуле равным доходности 30-дневной виртуальной облигации. Конечно, такой выбор также искажает реальную ситуацию, но как показало сравнение результатов, получаемых при различных вариантах расчетов, 30-дневная точка в последнем случае менее волатильна.

На Рис.1 представлены примеры кривых спот-ставок на рынке ГИО С.-Петербурга. Круглые точки обозначают спот-ставки для виртуальных облигаций, для сравнения приведены доходности к погашению реальных дисконтных и купонных облигаций, рассчитанные СПВБ.

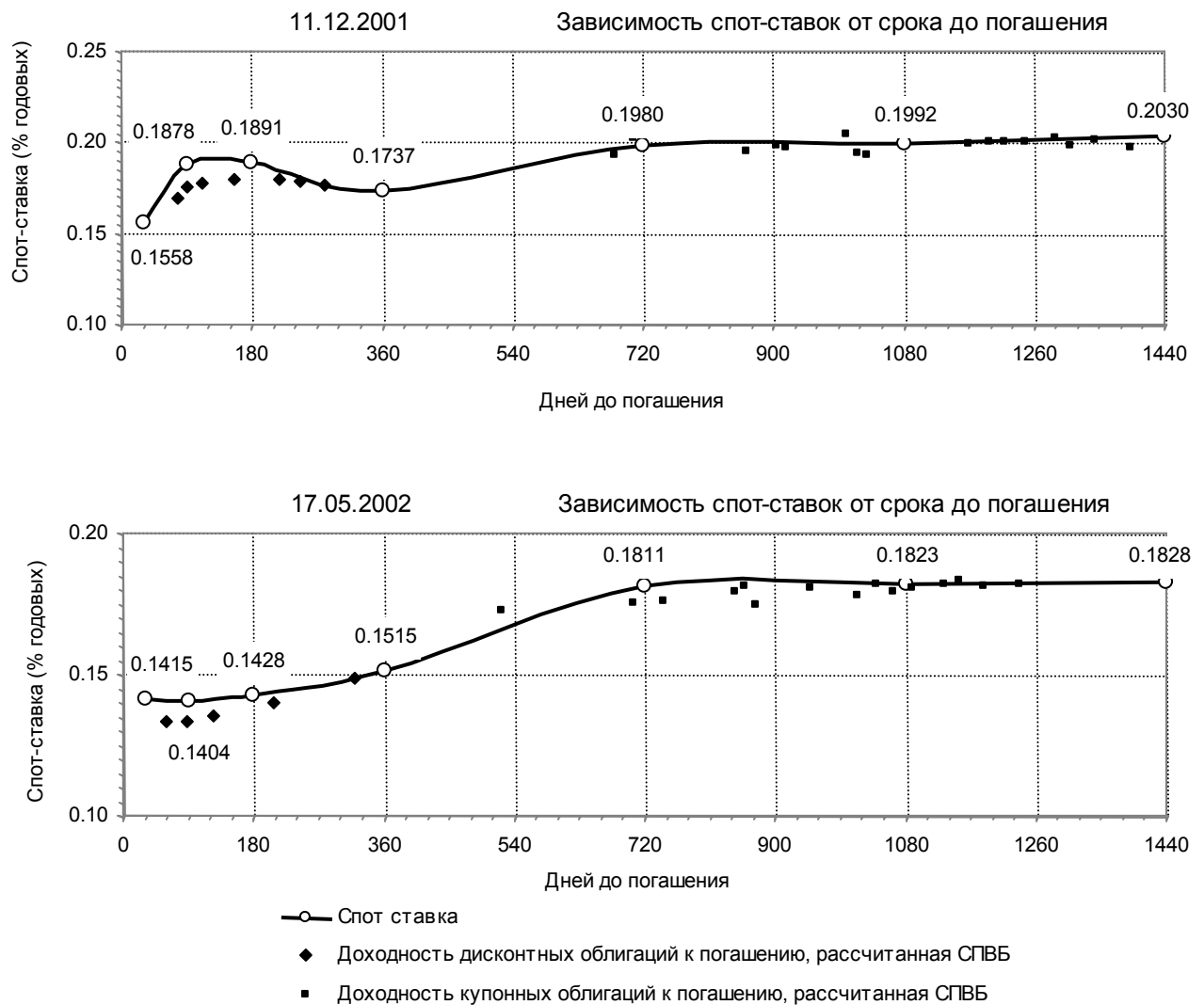


Рис.1. Примеры кривых спот-ставок на рынке облигаций С.-Петербурга в разное время.

Применение кривой доходности на рынке облигаций С.-Петербурга

Прогнозирование цены новых выпусков облигаций

Важным применением кривой спот-ставок является возможность ее использования для оценки характеристик (прежде всего, цены или доходности к погашению) новых облигаций, размещаемых на первичных аукционах.

Для дисконтных облигаций доходность к погашению должна быть равна спот-ставке с соответствующим сроком до погашения. Для купонных облигаций процедура оценки несколько сложнее, но здесь также производится поиск справедливой цены через значения соответствующих спот-ставок. Так цена любой купонной облигации может быть выражена через значения спот-ставок $R(t)$, определенных для моментов времени выплаты купонов и номинала следующим образом:

$$P_{расч} = \frac{P_0}{[1 + R(T(n))]^{T(n)}} + \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{[1 + R(T(i))]^{T(i)}}, \quad (18)$$

Используя эту формулу, мы проводили оценку облигаций ГИО С.-Петербурга, размещаемых на первичных торгах в конце 2001 – начале 2002 годов. В качестве примера можно привести облигацию RU25024GSP, размещенную 14.11.2001г. На основании кривой спот-ставок от 13.11.2001г. расчет по формуле (18) дает прогнозное значение цены: $P_{расч}=84,34$ руб. Это значение близко к средневзвешенной цене размещения 84,06 руб. и средневзвешенной цене на вторичных торгах 15.11.2001г. – 84,65 руб. Результаты прогнозирования цен других облигаций приведены в таблице 1.

Анализ полученных результатов позволяет сделать ряд интересных выводов.

В среднем средневзвешенная цена аукционов меньше (на 23 копейки) чем цена, рассчитанная с использованием кривой спот-ставок. С одной стороны это может свидетельствовать о недостаточной спецификации модели (какие-либо важные факторы, влияющие на результат могли быть пропущены). Однако, с другой стороны, разница в цене может быть следствием предоставления эмитентом некоторой аукционной премии дилерам для увеличения их активности на первичных торгах. С этой точки зрения расчетная цена должна более точно предсказывать цену на вторичных торгах, чем цену на аукционе. Проведенные расчеты подтвердили это предположение. Средняя ошибка прогноза для первого дня торгов в 2,5 раза меньше, чем для аукциона.

Таблица 1. Результаты прогнозирования цены облигаций при первичном размещении.

Облигация	Дней до погашения	Размер купона (% от номинала)	Прогнозная цена, руб.	Средневзвеш. цена на аукционе, руб.	Ошибка прогноза относительно аукциона, руб.	Цена отсечения на аукционе, руб.	Средневзвеш. цена в первый день торгов, руб.	Ошибка прогноза относительно первого дня торгов, руб.	Количество сделок в первый день торгов
RU25024GSP	1421	от 12% до 5%	84.34	84.06	0.28	83.30	84.65	-0.31	68
RU25025GSP	1127	от 9% до 5%	89.03	88.62	0.41	88.32	88.92	0.11	9
RU25026GSP	546	от 7% до 6%	93.96	93.96	0.00	92.61	93.92	0.04	7
RU25027GSP	602	от 10% до 7%	96.29	97.28	-0.99	97.22	сделок не было	сделок не было-	сделок не было-
RU25028GSP	1505	от 11% до 7%	89.65	89.13	0.52	88.79	89.19	0.46	5
RU25029GSP	637	3%	92.14	92.35	-0.21	92.30	92.70	-0.56	1
RU25030GSP	1645	от 7% до 5%	82.93	82.78	0.15	82.50	83.30	-0.37	53
RU25031GSP	1316	от 9% до 6%	91.12	90.36	0.76	90.30	90.45	0.67	32
RU25032GSP	1456	от 7% до 6%	90.00	88.81	1.19	88.70	89.34	0.66	46
Среднее					0.23			0.09	25
Среднеквадр. отклонение					0.62			0.48	

Купонный период облигации RU25029GSP составляет 91 день, для остальных облигаций – 182 дня.

В рассмотренной выборке присутствуют облигации (RU25027, RU25029), которые были размещены на первичных торгах без премии. Наоборот, средневзвешенная цена аукциона была больше, чем прогнозная. В этом случае рынок должен интуитивно чувствовать, что цена слишком велика по сравнению со справедливой, и сделок по столь высокой цене быть не должно. Действительно, на вторичных торгах в первые дни после аукциона по таким облигациям сделок практически не было (0 и 1 сделка, соответственно) в отличие от среднего количества 25 для остальных бумаг. Такое положение может быть объяснено нежеланием дилеров продавать бумаги себе в убыток и нежеланием инвесторов покупать их по завышенной цене.

Поиск арбитражных возможностей

Еще одно применение кривой спот-ставок может быть связано с поиском арбитражных возможностей на рынке – определением недооцененных и переоцененных облигаций. Для этого используются отклонения рыночных цен реальных облигаций от цен, рассчитанных с использованием кривой спот-ставок:

$$\Delta = P - P_{\text{расч}} \quad (19)$$

где P – рыночная цена облигации, $P_{\text{расч}}$ – расчетная цена, вычисленная по формуле (18).

Если величина Δ отрицательна, то облигация является недооцененной относительно облигаций с тем же сроком до погашения и можно ожидать роста ее цены относительно других облигаций с близкими сроками погашения в ближайшем будущем. Если Δ больше нуля, то облигация переоценена по сравнению с другими облигациями и можно прогнозировать уменьшение цены (или меньшего роста цены по сравнению с другими облигациями с близкими сроками до погашения). Пример, иллюстрирующий ситуацию, представлен на рисунке 2.

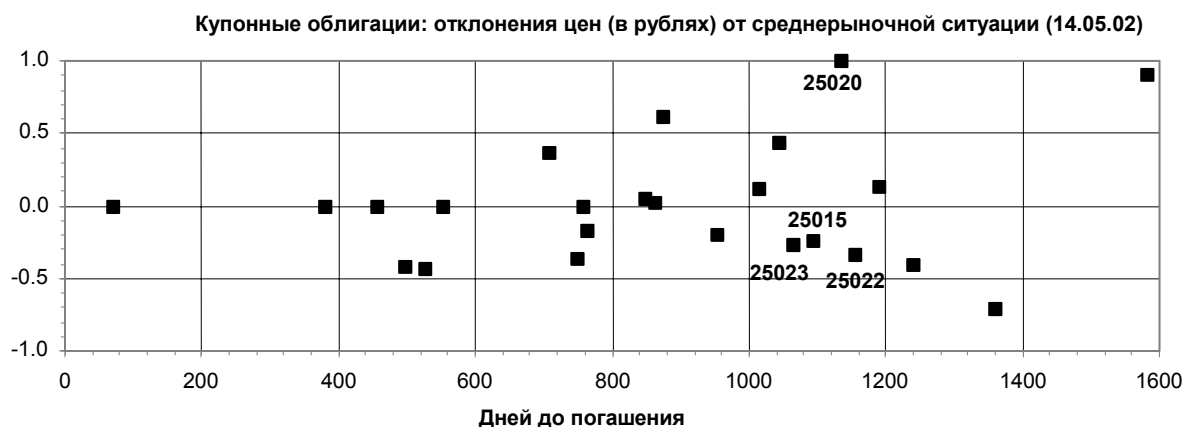


Рис. 2. Отклонения цен различных купонных облигаций по сравнению с расчетными.

Можно сказать, что облигация RU25020GSP является переоцененной по сравнению с облигацией RU25022GSP, ее рыночная цена превышает расчетную. Можно ожидать, что доходность такой облигации будет увеличиваться в будущем относительно облигации RU25022GSP. Действительно, в течение следующих 4 торговых дней наблюдалось отсутствие значительных изменений ближайшей спот-ставки (на 1080 дней) и доходности к погашению облигации RU25022GSP и вместе с тем наблюдалось монотонное увеличение доходности к погашению облигации RU25020GSP (Табл.2).

Табл. 2. Пример арбитражной ситуации на рынке ГИО С.-Петербурга.

Дата торгов	Доходность к погашению RU25020GSP, % годовых	Доходность к погашению RU25022GSP, % годовых	Спот-ставка на 1080 дней, % годовых
14.05	17.86	18.51	18.62
15.05	18.18	18.39	18.46
16.05	17.91	18.10	18.30
17.05	18.20	18.09	18.23
18.05	18.33	18.76	18.32

Вычисление форвардных ставок

Для отражения ожиданий инвесторов относительно будущих спот-ставок может быть введено понятие форвардных процентных ставок (*forward rate*) $f_{t,T}$, где первый индекс обозначает срок ожидаемой спот-ставки, второй – горизонт прогноза. Например, $f_{180,30}$ означает ожидаемое через 30 дней значение спот-ставки на 180 дней. Значение любой форвардной ставки можно вычислить, зная кривую спот-ставок в настоящий момент [см., например, 13].

Набор форвардных ставок с одним и тем же горизонтом прогноза образует кривую форвардных ставок. Пример кривой форвардных ставок $f_{t,30}$ на 30 дней, рассчитанных по спот-ставкам на 12.11.2001г. представлен на Рис. 3.

Форвардная ставка может быть использована в качестве прогноза будущего значения соответствующей спот-ставки. Применение в прогнозах форвардной ставки оправдано, если считать справедливой теорию «чистых ожиданий». Согласно этой теории форвардная процентная ставка представляет собой усредненное ожидание инвесторами спот-ставок в будущем. Однако эмпирические исследования показывают, что прогноз по форвардным ставкам является, как правило, смещенным. Смещения могут возникнуть как результат ожидания премии за дополнительный риск, например, риск низкой ликвидности или риск дефолта, риск, связанный с политическими событиями и т.п.

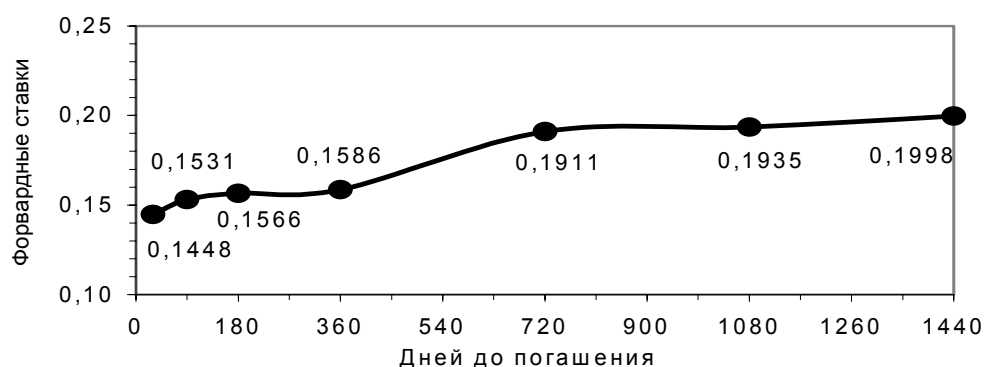


Рис. 3. Кривая форвардных ставок на рынке облигаций С.-Петербурга 12.11.2001г.

Статистически оправданные прогнозы можно строить, если опираться на какую-либо гипотезу о поведении участников рынка, формирующих своими действиями кривую доходности. Анализ исторических рядов спот-ставок как нельзя лучше позволяет проводить тестирование поведенческих гипотез и оценивать эффективность и предсказуемость различных сегментов российского рынка государственных ценных бумаг [12]. Кривая спот-ставок дает основу для оценки инструментов в смежных секторах рынка, оценки стоимости облигаций со встроенными опционами, созданию представительных облигационных индексов.

Очевидно также, что кривая спот-ставок позволяет легко оценить ожидаемую доходность reinvestирования купонов, а также ожидаемую доходность за период владения облигацией, если этот период не совпадает со сроком до погашения (*holding period return*) [3]. Наконец, знание исторических рядов спот-ставок для виртуальных облигаций позволяет корректно оценивать рискованность облигационного портфеля, используя современные статистические методики.

Заключение

Предложенный метод построения кривой спот-ставок доказал свою работоспособность в нелегких условиях российского рынка с малым числом инструментов, низкой их ликвидностью, высокой волатильностью цен, присутствием «договорных» сделок и пр. Мы постарались показать, что кривая спот-ставок может быть использована и инвесторами, и профессиональными участниками рынка в их ежедневной практической работе на рынке. Конечно, возможности, предоставляемые кривой доходности, значительно шире. В данной работе совершенно не затронуты макроэкономические аспекты анализа временной структуры процентных ставок. Однако если все или большинство участников рынка будут использовать при анализе ситуации на рынке даже самые простые

возможности кривой спот-ставок, о которых рассказано в данной работе, то уже это сделает российский рынок более эффективным и информационно-прозрачным, что, безусловно, в интересах и эмитентов, и инвесторов.

В этой связи особый интерес представляет построение кривой спот-ставок на рынке ГКО-ОФЗ, которая будет эталоном для всех остальных сегментов российского рынка инструментов фиксированной доходности.

Литература

1. Campbell J. *Some Lessons from the Yield Curve*. // Journal of Economic Perspectives, 1995, 9, no.3, pp.129-152.
2. Дробышевский С. *Обзор современной теории временной структуры процентных ставок. Основные гипотезы и модели*. // Научные труды ИЭПП. №14Р. М., 1999.
3. Deventer D.R., Imai K. *Financial Risk Analytics: a Term Structure Model Approach for Banking, Insurance and Investment Management*. Irwin Prof. Publ., 1997. – 396p.
4. Golub B.W., Tilman L.M. *Measuring Yield Curve Risk Using Principal Components Analysis, Value at Risk, and Key Rate Durations*. // J. of Portfolio Management, 1997, 23, no.4, pp.72-84.
5. Gagnon L.L., Hurley W.J., Johnson L.D. *Recent Advances in Corporate Bond Valuation*. In "Advances in Fixed Income Valuation Modeling and Risk Management". / Ed. by Fabozzi F.J. FJF Ass. New Hope, Pennsylvania, 1997. – pp.85-102.
6. Reitano R.R. *Yield Curve Risk Management*. In "Advances in Fixed Income Valuation Modeling and Risk Management". / Ed. by Fabozzi F.J. FJF Ass. New Hope, Pennsylvania, 1997. – pp.281-316.
7. Campbell J.Y., Lo A.W., MacKinlay A.G. *The Econometric of Financial Markets*. / Princeton Univ. Press, Princeton, N.-J., 1997. – 611p.
8. Проблемы моделирования финансовых показателей: цены, обменный курс, процентные ставки, фондовый индекс в российской экономике. / Под рук. Р.Энтова. Институт экономики переходного периода. М., 1999.
9. Экономика переходного периода. / Под ред. Е.Гайдара. М., 1998.
10. Дробышевский С. *Анализ рынка ГКО на основе изучения временной структуры процентных ставок*. // Научные труды ИЭПП. №17Р. М., 1999.

11. Ивантер А., Пересецкий А. *Анализ развития рынка ГКО.* // Научные доклады РПЭИ. Фонд Евразия, 99-06. М., 1999.
12. Бухвалов А.В., Окулов В.Л. *Действует ли логика на российском финансовом рынке?* // В сб. "Финансы и политика корпораций". Изд-во СПбГУ, СПб, 2000, сс.7-47.
13. Fabozzi F., Modigliani F., Ferry M. *Foundation of Financial Markets and Institutes.* 2nd edition. Prentice Hall, 1998.
14. Anderson N., Breedon F., Deacon M., Derry A., Murphy G. *Estimating and Interpreting the Yield Curve.* / Series in Financial Economics and Quantitative Analysis. J.Wiley&Sons, 1996.
15. MacCulloch J.H. *Measuring the Term Structure of Interest Rates.* //J. of Business, 1971, 44, pp.19-31.
MacCulloch J.H. *The Tax-adjusted Yield Curve.* // J. of Finance, 1975, 30, 3, pp.811-830.
16. Coleman T.S., Fisher L., Ibbotson R.G. *Estimating the Term Structure of Interest Rates from Data that Include the Prices of Coupon Bonds.* // J. of Fixed Income, 1992, September, pp.85-116.
17. Бухвалов А.В., Крюковская О.В., Окулов В.Л. *Анализ временной структуры процента на российском финансовом рынке.* // Экономические исследования: теория и приложения. Сборник научных работ. Выпуск 2. / СПб, изд-во ЕУСПб, 2001.
18. Окулов В.Л., Корнеев Д.В. *Новые информационно-аналитические продукты на рынке облигаций С.-Петербурга.* // Монитор, Информационное издание СПбБ, №4, 2001 (www.spsex.ru).
19. Окулов В.Л., Корнеев Д.В. *Оценка временной структуры процентных ставок на рынке облигаций С.-Петербурга.* // Рынок ценных бумаг, 2002, №4, сс.74-76.